

Elektromagnetno polje: 1. pisni izpit

(9. 2. 2016 ob 10:00)

asistenta: Martin Klanjšek (01 477 3866, martin.klanjsek@ijs.si),
Daniel Svenšek (01 4766 631, daniel.svenssek@fmf.uni-lj.si)

1. naloga

Dve enaki tuljavi prostornine V sta postavljeni navpično, vzporedno druga drugi, na isti višini, in sicer v medsebojni razdalji r , ki je velika v primerjavi z linearno razsežnostjo tuljav ($r \gg V^{1/3}$). Upornost tuljav je zanemarljivo majhna. Eno tuljavo napajamo s sinusno nihajočim električnim tokom izbrane amplitude. Izračunaj, kolikokrat manjša je amplituda inducirane električnega toka v drugi tuljavi. Rezultat izrazi s podanima parametroma V in r . Tuljavi obravnavaj kot magnetna dipola.

2. naloga

Homogeno kroglo polmera a iz snovi z dielektrično konstanto ε postavimo v navpično homogeno električno polje jakosti E_0 .

- Izračunaj skupni vezani naboj na zgornji oziroma na spodnji polovici krogle.
- Kolikšen je električni dipolni moment vezanega naboja na krogli?

3. naloga

Krožno zanko napajamo s sinusno nihajočim električnim tokom, ki ima vzdolž celotne zanke enako fazo. Zanko uporabimo kot oddajno anteno, frekvenco napajanja pa izberemo tako, da obseg zanke ustreza trikratniku valovne dolžine oddajanih elektromagnetnih valov (zanka torej *ni majhna*).

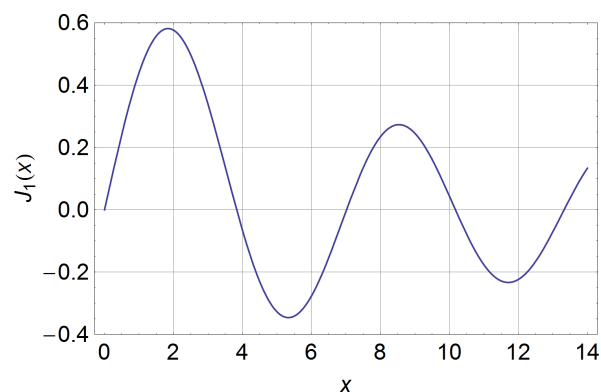
- Skiciraj odvisnost časovno izpovprečene gostote energijskega toka, ki ga seva takšna antena, od polarnega kota ϑ , merjenega od osi zanke.
- Izračunaj, pri katerem kotu ϑ takšna antena seva največ. Za kakšen faktor se ta največja gostota energijskega toka razlikuje od največje gostote energijskega toka, ki ga seva *majhna* krožna zanka?

Matematični pripomočki:

Koristen integral:

$$\int_0^{2\pi} \cos y \sin(x \cos y) dy = 2\pi J_1(x),$$

kjer je $J_1(x)$ prva Besslova funkcija prve vrste (glej sliko). Za $x \ll 1$ velja $J_1(x) \approx \frac{x}{2}$.



Podobni integrali:

$$\int_0^{2\pi} \cos y \cos(x \cos y) \, dy = 0, \quad \int_0^{2\pi} \sin y \sin(x \cos y) \, dy = 0, \quad \int_0^{2\pi} \sin y \cos(x \cos y) \, dy = 0.$$

Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani

<http://bit.ly/1j2z0Cl>.