

Elektromagnetno polje: 2. pisni izpit

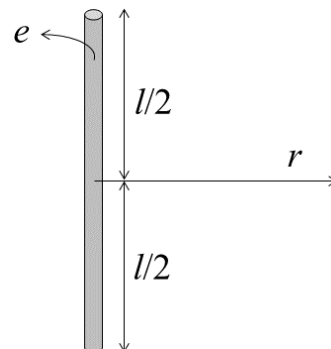
(23. 5. 2014 ob 16:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Tanka palica končne dolžine l je po površini enakomerno premazana s skupnim nabojem e .

- Izračunaj jakost električnega polja E v simetrijski ravnini palice, ki je pravokotna na palico, kot funkcijo oddaljenosti r od osi palice ter podanih parametrov l in e (glej sliko).
- Izračunaj električno silo, s katero zgornja polovica palice deluje na spodnjo polovico palice. Pri tem delu naloge upoštevaj, da ima palica majhen, a končen premer $2a$, za katerega velja $2a \ll l$. Rezultat izrazi s podanimi parametri a , l in e . *Nasvet:* Računaj z napetostnim tenzorjem.



2. naloga

Dolgo prevodno cev polmera a vzdolž osi razdelimo na štiri enake dele, četrtinke rahlo razmaknemo in nanje zaporedoma priključimo konstantne napetosti vrednosti U_0 , $-U_0$, U_0 in $-U_0$, kakor v prečnem preseku cevi prikazuje slika. Stena cevi je tanka, razmak med četrtinkami cevi pa majhen napram a .

- Določi potencial električnega polja povsod *znotraj* cevi kot funkcijo cilindričnih koordinat r in φ ter podanih parametrov a in U_0 . Rezultat lahko zapišeš kot neskončno vrsto.
- Pokaži, da ima jakost električnega polja znotraj cevi, v simetrijski ravnini nagnjeni pod kotom 45° glede na vodoravnico, prikazani na sliki s polno črto, *radialno* smer in velikost

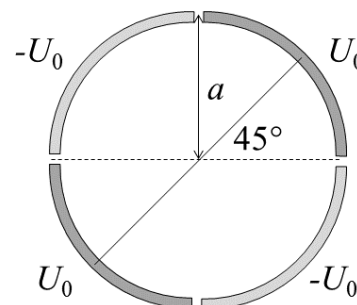
$$E(r) = \frac{8U_0}{\pi a} \frac{\frac{r}{a}}{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^4},$$

kjer je r oddaljenost od osi cevi. Iz rešitve naj bo jasno razvidno, kako je bila vrsta sešteteta.

Nasvet: Na pameten način vâdi evidenco, kateri členi v vrsti so neničelni.

Matematični pripomoček: Vzdolžno homogene rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v cilindričnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$



3. naloga

Iz dveh dolgih prevodnih cevi polmerov a in b sestavimo koaksialni kabel. Steni cevi sta tanki. V prostor med cevema uvedemo snov, ki se obnaša kot plazma s frekvenčno odvisnostjo dielektrične konstante

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

kjer je ω_p plazemska frekvenca. V tako pripravljen valovni vodnik spustimo elektromagnetno valovanje v TEM načinu (to pomeni, da sta vektorja obeh polj pravokotna na os cevi).

- a) Izračunaj disperzijsko relacijo elektromagnetnega valovanja v vodniku.
- b) S podanimi parametri a , b in ω_p izrazi frekvenčno odvisnost impedance vodnika in jo skiciraj. Za primer $b/a = 2$ izračunaj numerično vrednost impedance pri velikih frekvencah.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

Obvestilo: rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda pisnega izpita bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.
