

# Elektromagnetno polje: 3. pisni izpit

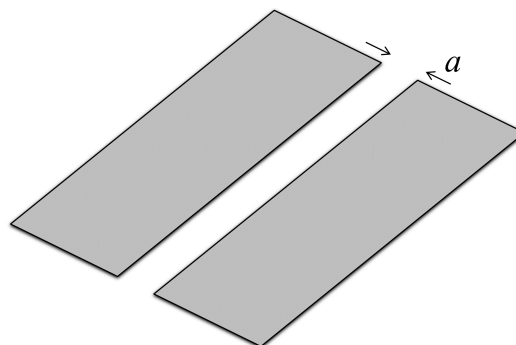
(2. 9. 2015 ob 10:15)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

## 1. naloga

Iz velike tanke izolatorske plošče, ki je enakomerno nabita z nabojem površinske gostote  $\sigma$ , izrežemo ravno režo širine  $a$ , kakor prikazuje slika.

- Določi jakost električnega polja  $E$  v ravnini, ki je pravokotna na ploščo in poteka skozi sredino reže, kot funkcijo oddaljenosti  $z$  od ravnine plošče ter podanih parametrov  $\sigma$  in  $a$ .
- Na podlagi pod a) dobljenega izraza za  $E(z)$  v isti ravnini izračunaj velikost gradienta električnega polja kot funkcijo  $z$ . Ugotovi, v kateri točki je gradient največji.



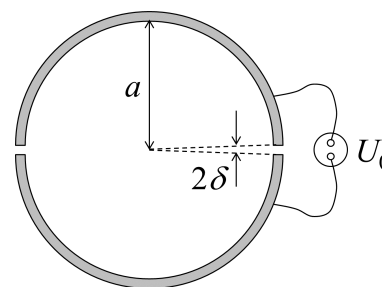
## 2. naloga

Dolgo prevodno cev polmera  $a$  vzdolž osi prepolovimo, polovici neznatno razmaknemo in mednju priključimo konstantno napetost  $U_0$ , kakor v prečnem preseku cevi prikazuje slika. Stena cevi je tanka, razmak med polovicama cevi pa majhen napram  $a$ .

- Določi potencial električnega polja povsod po prostoru kot funkcijo valjnih koordinat  $r$  in  $\varphi$  ter podanih parametrov  $a$  in  $U_0$ . Rezultat lahko zapišeš kot neskončno vrsto.
- Izračunaj dolžinsko gostoto naboja  $e/l$ , ki se nabere na posamezni polovici cevi, in s tem pokaži, da je kapaciteta ( $C = e/U_0$ ) tako dobljenega kondenzatorja na dolžinsko enoto enaka

$$\frac{C}{l} = \frac{4\epsilon_0}{\pi} \ln \frac{2}{\delta},$$

kjer je  $2\delta$  majhen kot, ki definira širino špranje med polovicama cevi na vsaki strani (glej sliko).



### 3. naloga

Dva dolga ravna prevodna trakova širine  $b$  postavimo vzporedno drugega z drugim v medsebojni razdalji  $a$ , tako da tvorita ploščati kondenzator, kjer je  $a \ll b$ . V prostor med trakoma uvedemo snov, ki se obnaša kot plazma s frekvenčno odvisnostjo dielektrične konstante

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

kjer je  $\omega_p$  plazemska frekvenca. V tako pripravljen valovni vodnik v smeri trakov spustimo elektromagnetno valovanje v TEM načinu (to pomeni, da je vektor električnega polja pravokoten na trakova, vektor magnetnega polja pa vzporeden z njima).

- Izračunaj disperzijsko relacijo elektromagnetnega valovanja v vodniku.
- S podanimi parametri  $a$ ,  $b$  in  $\omega_p$  izrazi frekvenčno odvisnost impedance vodnika in določi frekvenco, pri kateri je le-ta enaka uporu vakuumu.

#### Matematični pripomočki:

Rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$  v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Koristni vsoti:

$$\sum_{m \text{ lih}} \sin m\varphi = \frac{1}{2 \sin \varphi}, \quad \sum_{m \text{ lih}} \cos m\varphi = 0.$$

Koristna integrala:

$$\int \frac{d\varphi}{\sin \varphi} = \ln \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, \quad \int \frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \ln \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}.$$

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisec enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1tYV4qj>.