

# Elektromagnetno polje: 3. pisni izpit

(22. 8. 2016 ob 14:00)

asistenta: Martin Klanjšek (01 477 3866, [martin.klanjssek@ijs.si](mailto:martin.klanjssek@ijs.si)),  
Daniel Svenšek (01 4766 631, [daniel.svenssek@fmf.uni-lj.si](mailto:daniel.svenssek@fmf.uni-lj.si))

## 1. naloga

Izračunaj jakost električnega polja  $E$  vzdolž osi enakomerno nabite tanke plošče v obliki kolobarja s polmeroma  $a$  in  $b$ , kjer je  $b > a$ , in sicer kot funkcijo oddaljenosti  $z$  od plošče. Površinska gostota naboja na plošči je  $\sigma$ .

- Poenostavi dobljeni rezultat  $E(z)$  za majhen  $z$ , se pravi  $z \ll a, b$ .
- Pokaži, da  $E(z)$  pri velikem  $z$ , se pravi  $z \gg a, b$ , preide v izraz za točkast naboj.
- Nariši odvisnost  $E(z)$ .

## 2. naloga

Krogla polmera  $a$  je izdelana iz snovi s homogeno polarizacijo velikosti  $P$  in smeri navpično navzgor. Izračunaj električno silo na zgornjo polovico krogle. Kaže sila navzgor ali navzdol?

*Nasvet:* Pametno izberi integracijsko ploskev, tako da bo izračun sile čim preprostejši.

## 3. naloga

V valjast valovni vodnik polmera  $a$  uvedemo snov, ki se obnaša kot plazma s frekvenčno odvisnostjo dielektrične konstante

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

kjer je  $\omega_p$  plazemska frekvenca, ki za dano snov znaša  $2.1c_0/a$ ,  $c_0$  pa je hitrost svetlobe v vakuumu. Izračunaj *numerično* razmerje med minimalnima frekvencama širjenja TE in TM načinov valovanja po tako pripravljenem valovnem vodniku.

---

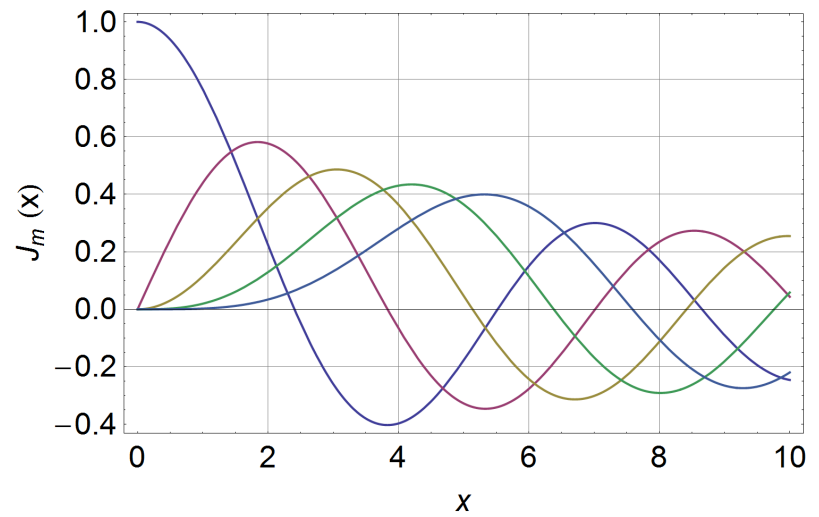
### Matematična pripomočka:

Rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$  v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so  $P_0(x) = 1$ ,  $P_1(x) = x$ ,  $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$ ,  $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$ , ... Legendrovi polinomi.

Potek prvih petih Besslovih funkcij  $J_m(x)$  prve vrste, se pravi za  $m = 0, 1, 2, 3$  in  $4$ :



---

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda izpita bodo objavljeni na spletni strani

<http://bit.ly/1j2z0Cl>.

---