

Elektromagnetno polje: 3. pisni izpit

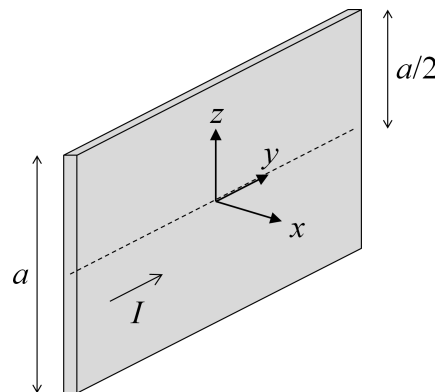
(5. 9. 2014 ob 14:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Vzdolž dolgega traku širine a teče električni tok I , ki je po širini traku enakomerno porazdeljen (glej sliko).

- Določi velikost in smer gostote magnetnega polja v simetrijski ravnini traku (ravnini xy na sliki) kot funkcijo oddaljenosti x od traku. Dobljeni izraz poenostavi v limitah $x \gg a$ in $x \ll a$.
- Simetrijska ravnina xy deli trak na dve polovici. Določi velikost magnetne sile na dolžinsko enoto traku, s katero se polovici privlačita. V kakšni medsebojni razdalji bi morala biti dolga ravna vodnika, s katerima bi nadomestili polovici traku, da bi se privlačila z enako silo?



2. naloga

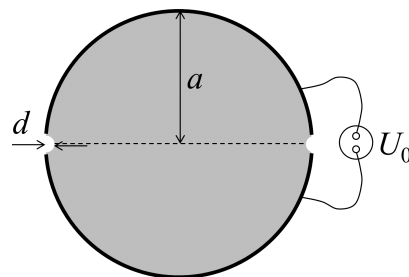
Obod okrogle ploščice polmera a in debeline D , izdelane iz materiala s specifično prevodnostjo σ , ima v nasprotnih točkah majhni polkrožni izdolbini polmera $d \ll a$, kakor prikazuje slika. Na obod naparimo dve polkrožni elektrodi iz zelo dobrega prevodnika, tako da ju ločujeta ravno izdolbini. Med elektrodi priključimo izvor konstantne napetosti U_0 .

- Pokaži, da ima jakost električnega polja na zveznici med vdolbinama, prikazani na sliki s črtkano črto, velikost

$$E(r) = \frac{2U_0}{\pi a} \frac{1}{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}$$

in smer pravokotno na zveznico, kjer je r oddaljenost od središča ploščice.

- S podanimi parametri a , D , σ in d izrazi upor ploščice v podani konfiguraciji.

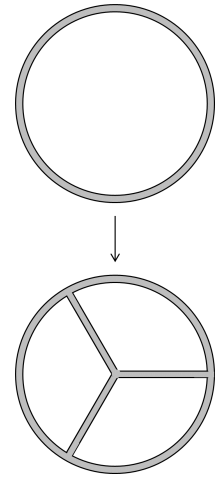


Matematični pripomoček: Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v polarnih koordinatah:

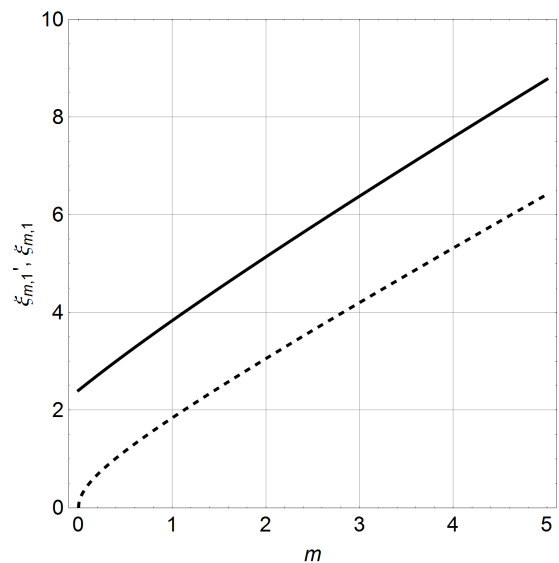
$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

3. naloga

V notranjost cilindričnega valovnega vodnika po celi dolžini dodamo tri tanke kovinske pregrade, ki so na enem robu sklenjene z notranjim robom vodnika, preostali robovi pregrad pa so sklenjeni med sabo, kakor prikazuje slika. Na ta način pregrade razdelijo prvotni valovni vodnik na tri povsem enake valovne vodnike. Izračunaj, za kolikšen faktor se pri tem posegu spremeni minimalna frekvenca osnovnih TM in TE načina. Kateremu izmed osnovnih načinov se frekvenca spremeni za večji faktor?



Desni graf prikazuje najmanjšo (prvo) ničlo Besslove funkcije $J_m(x)$, $\xi_{m,1}$ (polna črta), in najmanjšo (prvo) ničlo odvoda $J'_m(x)$, $\xi'_{m,1}$ (črtkana črta), obe v odvisnosti od m . Ničle, ki jih potrebuješ za izračun, preprosto odčitaj z grafa. Prva ničla odvoda $J'_0(x)$ na grafu je očitno 0, prva *neničelna* ničla pa znaša 3.83.



Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

Obvestilo: rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda pisnega izpita bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.