

# Elektromagnetno polje: 1. kolokvij

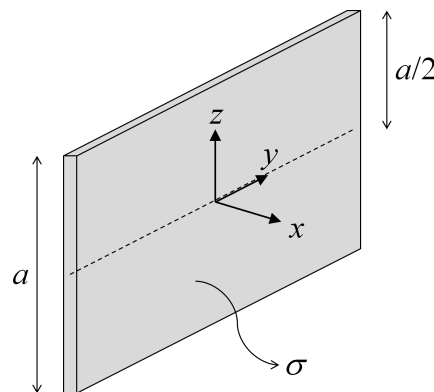
(6. 12. 2013 ob 17:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

## 1. naloga

Dolg trak širine  $a$  enakomerno nabijemo, tako da površinska gostota naboja znaša  $\sigma$ .

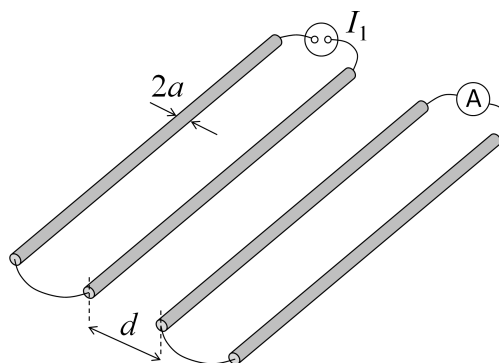
- Določi jakost električnega polja v simetrijski ravnini traku (ravnini  $xy$  na sliki) kot funkcijo oddaljenosti  $x$  od traku. Dobljeni izraz poenostavi v limitah  $x \gg a$  in  $x \ll a$ .
- Simetrijska ravnina  $xy$  deli trak na dve polovici. Določi velikost električne sile na dolžinsko enoto traku, s katero se polovici odbijata. V kakšni medsebojni razdalji bi morala biti dolga ravna vodnika, s katerima bi nadomestili polovici traku, da bi se odbijala z enako silo?



## 2. naloga

Štirje enaki *dolgi* ravni vodniki debeline  $2a$  so zloženi vzporedno v medsebojnih razdaljah  $d$ , tako da ležijo v isti ravnini. Prva dva vodnika na koncih sklenemo preko izvora izmeničnega toka amplitude  $I_1$ , druga dva vodnika pa na koncih sklenemo preko merilnika izmeničnega toka (glej sliko). Kolikšno amplitudo toka izmerimo, če je  $d/a = 10$ ?

Upor vodnikov zanemari in predpostavi, da izmenični tok teče le po površini vodnikov. Zavedaj se, da je  $d \gg a$ .



## 3. naloga

V središče izolirane votle prevodne sfere polmera  $a$  postavimo točkast električni dipol z električnim dipolnim momentom  $p$ .

- Določi potencial električnega polja povsod znotraj sfere.
- Izračunaj električno polje naboja, ki se inducira na notranji površini sfere?
- Izračunaj površinsko gostoto inducirane naboja kot funkcijo polarne kota  $\vartheta$  (če dipol kaže v smeri  $z$ ).
- Izračunaj skupni dipolni moment inducirane naboja.

#### 4. naloga (dodatna)

Topološki izolator je snov, ki ima naslednjo zanimivo lastnost: če ga premažemo s tanko plastjo magnetnega materiala, njegova površina kaže topološki magneto-električni efekt. To pomeni, da sta *na površini* električno in magnetno polje med seboj povezani. Zaradi enostavnosti obravnavajmo notranjost topološkega izolatorja kot vakuum. Ko prečkamo površino, se pravokotna komponenta električnega polja spremeni za  $\Delta E_{\perp} = -\alpha c B_{\perp}$ , vzdolžna komponenta magnetnega polja pa za  $\Delta B_{\parallel} = \alpha E_{\parallel}/c$ , kjer je  $c$  hitrost svetlobe in  $\alpha$  konstanta fine strukture. Poleg tega je  $\Delta B_{\perp} = 0$  in  $\Delta E_{\parallel} = 0$ . Nad razsežno ravno površino topološkega izolatorja namestimo točkast delec z električnim nabojem  $e$ .

- Elektromagnetno polje na vsaki strani površine je potem mogoče opisati z zrcalnim delcem, in sicer s po enim za vsako stran površine. Utemelji, zakaj mora vsak zrcalni delec imeti tako električni kot magnetni naboj. Takšnim delcem pravimo dioni.
- Pokaži, da imata zrcalna delca enaka električna naboja, a nasprotno enaka magnetna naboja.
- Določi električna in magnetna naboja zrcalnih delcev in pokaži, da razmerje velikosti električnega in magnetnega naboja za vsak zrcalni delec znaša  $c\alpha/2$ .

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

#### Matematični pripomočki:

Oсно simetrične rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$  v sfernih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta)$$

Legendrovi polinomi:

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x, \quad P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1), \quad P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

Koristna integrala:

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x, \quad \int_0^{\infty} \operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x}\right) dx = \pi \ln 2$$

Obvestili:

- Naslednji teden bodo vaje v ponedeljek od 13. do 15. ure, namesto predavanj. Od 12. do 13. ure bodo predavanja, kot običajno. Preostali dve uri predavanj bosta v običajnem terminu vaj, v sredo oziroma v četrtek.
- Rešitve nalog in ocene kolokvijev bodo objavljene na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.