

Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

(16. 1. 2015 ob 15:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

V razsežno snov s homogeno konstantno polarizacijo P , zaradi katere se v snovi pojavi homogeno električno polje jakosti E v smeri polarizacije, izdolbemo krogelno votlino polmera a .

- Pokaži, da je električno polje znotraj votline homogeno in izračunaj njegovo jakost.
- Pokaži, da električno polje zunaj votline vsebuje dipolni člen in izračunaj ustrezni efektivni dipolni moment. V katero smer kaže ustrezni dipol?

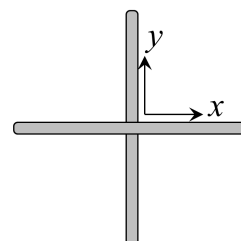
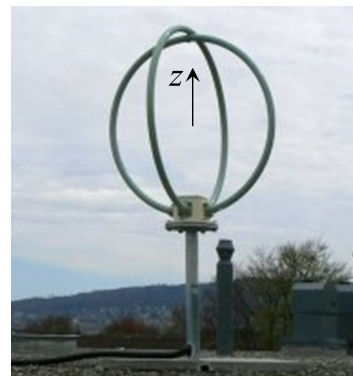
Oba rezultata izrazi s podanimi parametri P , E in a .

2. naloga

Razsežni vzporedni prevodni plošči uporabimo kot valovni vodnik. Po njem spustimo elektromagnetno valovanje v transverzalnem magnetnem (TM) načinu. Pokaži, da ima v tem primeru impedanca valovnega vodnika, ki jo definiramo kot $Z = E_{\perp}/H_{\parallel}$ (kjer je E_{\perp} komponenta električnega polja pravokotna na plošči, H_{\parallel} pa komponenta magnetnega polja vzporedna s ploščama), frekvenčno odvisnost $Z = Z_0 \sqrt{1 - \omega_0^2/\omega^2}$, kjer je $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ upor vakuuma in ω_0 najnižja možna frekvenca valovanja v uporabljenem valovnem načinu.

3. naloga

Dve enaki krožni zanki polmera a sestavimo v oddajno anteno, tako da sta njuni ravnini navpični in pravokotni druga na drugo, središči zank pa sovpadata, kakor prikazuje slika (spodaj sta zanki v tlorisu). Zanki sta izolirani druga od druge, napajanje ene zanke pa je za četrto nihaja zamaknjeno za napajanjem druge zanke, tako da tokova v zankah lahko zapišemo kot $I_1 = I_0 \cos \omega t$ in $I_2 = I_0 \sin \omega t$. Zanki sta majhni glede na valovno dolžino valovanja, ki ga antena oddaja.



- Izračunaj časovno odvisnost gostote magnetnega polja v veliki oddaljenosti r od antene, in sicer v navpični osi antene (pri $\vartheta = 0$) in v vodoravni simetrijski ravnini antene (pri $\vartheta = \pi/2$, v tem primeru kot funkcijo azimutalnega kota φ). Na podlagi dobljenih izrazov pokaži, da je v prvem primeru valovanje krožno polarizirano, v drugem primeru pa linearno polarizirano.
- Izračunaj numerično vrednost razmerja gostot povprečnega energijskega toka, ki ga antena oddaja v smeri svoje navpične osi in v smeri pravokotno nanjo.

Namig: Sevanje krožne tokovne zanke je magnetno dipolno.

4. naloga (dodatna)

V zunanjem magnetnem polju \vec{B}_0 se po plazmi lahko širita dva tipa elektromagnetnih valov v smeri *pravokotni* na \vec{B}_0 . Valovi, katerih električno polje je vzporedno z \vec{B}_0 , so običajni (O) valovi. Valovi, katerih električno polje je pravokotno na \vec{B}_0 , pa so izjemni (X) valovi. Zaradi magnetne sile na elektrone ima pri X valovih električno polje tako transverzalno kot longitudinalno komponento, dielektrična konstanta pa je tenzorska količina.

Izračunaj disperzijsko relacijo X valov. Končni rezultat izrazi s ciklotronsko frekvenco $\omega_c = -eB_0/m$ in s plazemsko frekvenco $\omega_p = \sqrt{ne^2/(m\epsilon_0)}$, kjer je n številska gostota elektronov v plazmi, e in m pa sta naboj in masa elektrona. Zadošča, da izpelješ analitično zvezo med krožno frekvenco ω in valovnim vektorjem k , saj je iz nje težko eksplicitno izraziti $\omega(k)$.

Zaradi tenzorske narave dielektrične konstante je treba zvezo med mikroskopskimi in makroskopskimi količinami vzpostaviti preko enačb za gostoto naboja $\rho = ne$ in za gostoto električnega toka $\vec{j} = ne\vec{v}$, kjer je \vec{v} hitrost elektrona.

Matematični pripomoček:

Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1tYV4qj>.