

# Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

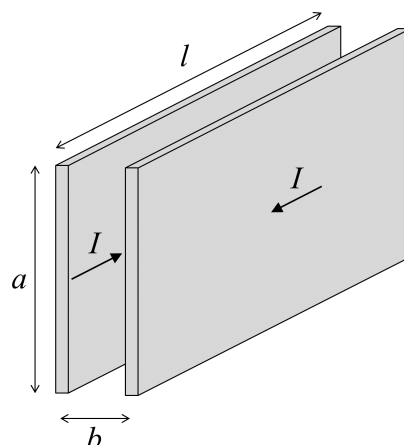
(26. 1. 2016 ob 13:00)

asistenta: Martin Klanjšek (01 477 3866, [martin.klanjssek@ijs.si](mailto:martin.klanjssek@ijs.si)),  
Daniel Svenšek (01 4766 631, [daniel.svenssek@fmf.uni-lj.si](mailto:daniel.svenssek@fmf.uni-lj.si))

## 1. naloga

Vzporedna kovinska trakova dolžine  $l$  in širine  $a$  sta v medsebojni razdalji  $b \ll a$ , tako da tvorita ploščati kondenzator, kakor prikazuje slika. Vzdolž trakov v nasprotnih smereh teče električni tok  $I$ . V nekem trenutku začnemo tok enakomerno ugašati, tako da v času  $t_0$  pade na nič.

- Izračunaj jakost električnega polja povsod v prostoru med trakovoma. Rezultat podaj kot funkcijo oddaljenosti  $x$  od ravnine, ki je vzporedna s trakovoma in leži na sredi med njima.
- S pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj energijski tok iz prostora med trakovoma.
- Preveri, da se pod b) dobljeni rezultat ravno ujema s časovnim odvodom magnetne energije v prostoru med trakovoma.



## 2. naloga

Iz snovi s homogeno polarizacijo  $\vec{P}$  izrežemo kroglo. Nato kroglo prerežemo na pol, tako da gre rez skozi središče krogle in je pravokoten na  $\vec{P}$ . Na koncu obe polovici krogle malenkost razmaknemo, tako da je razmik *zelo majhen* v primerjavi s polmerom krogle. Izračunaj gostoto električnega polja v špranji med polovicama krogle.

*Namig:* najprej reši nalogo za neprerezano kroglo in razmisli, kako se rezultat spremeni v opisani situaciji.

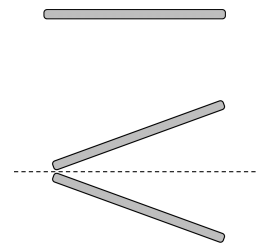
## 3. naloga

Ravno kovinsko palico dolžine  $l$  na eni strani napajamo z izmeničnim električnim tokom krožne frekvence  $\omega$ , na drugi strani pa jo primerno zaključimo, tako da se po njej širi *potujoči* tokovni val, ki ga zapišemo kot

$$I(z', t) = I_0 e^{i(kz' - \omega t)},$$

kjer je  $I_0$  amplituda toka,  $z'$  pa podaja koordinato vzdolž palice. Na ta način palico uporabimo kot anteno.

- a) Do konstantnega prefaktorja natančno izračunaj časovno povprečje izsevane gostote energijskega toka v odvisnosti od polarnega kota  $\vartheta$ , merjenega od smeri palice. Rezultat izrazi z  $l$  in z valovno dolžino izsevanega valovanja  $\lambda$ .
- b) Izračunaj, pri katerem kotu antena dolžine  $l = 2\lambda$  seva največ. Dve takšni anteni sestavimo v "anteno V", kakor prikazuje slika. Pod kakšnim kotom ju moramo postaviti, da bo sestavljena antena sevala kar največ v smeri svoje simetrale (označene s črtkano črto)?



*Matematični pripomoček:* glavni maksimum funkcije  $\text{ctg}^2\left(\frac{x}{2}\right) \sin^2\left[2\pi p \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right]$  je približno pri  $x_{\max} = \arccos\left(1 - \frac{0.371}{p}\right)$ .

#### 4. naloga (dodatna)

V zunanjem magnetnem polju  $\vec{B}_0$  se po plazmi lahko širita dva tipa elektromagnetnih valov v smeri *pravokotni* na  $\vec{B}_0$ . Valovi, katerih električno polje je vzporedno z  $\vec{B}_0$ , so običajni (O) valovi. Valovi, katerih električno polje je pravokotno na  $\vec{B}_0$ , pa so izredni (X) valovi. Zaradi magnetne sile na elektrone ima pri valovih X električno polje tako transverzalno kot longitudinalno komponento, dielektrična konstanta pa je tenzorska količina.

Izračunaj disperzijsko relacijo valov X. Končni rezultat izrazi s ciklotronsko frekvenco  $\omega_c = -eB_0/m$  in s plazemsko frekvenco  $\omega_p = \sqrt{ne^2/(m\epsilon_0)}$ , kjer je  $n$  številska gostota elektronov v plazmi,  $e$  in  $m$  pa sta naboj in masa elektrona. Zadošča, da izpelješ analitično zvezo med krožno frekvenco  $\omega$  in valovnim vektorjem  $k$ , saj je iz nje težko eksplicitno izraziti  $\omega(k)$ .

Zaradi tenzorske narave dielektrične konstante je treba zvezo med mikroskopskimi in makroskopskimi količinami vzpostaviti preko enačb za gostoto naboja  $\rho = ne$  in za gostoto električnega toka  $\vec{j} = ne\vec{v}$ , kjer je  $\vec{v}$  hitrost elektrona.

#### Matematični pripomoček:

Rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$  v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so  $P_0(x) = 1$ ,  $P_1(x) = x$ ,  $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$ ,  $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$ , ... Legendrovi polinomi.

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1j2z0Cl>.