

## Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

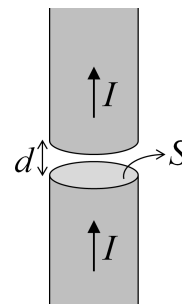
(21. 1. 2014 ob 10:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

### 1. naloga

Dolg raven valjasti vodnik preseka  $S$  je na nekem mestu prekinjen. Prekinitev ima obliko ozke špranje širine  $d$  pravokotne na vodnik (glej sliko). Ob času  $t = 0$  po vodniku spustimo konstanten električni tok  $I$ , zaradi katerega se na zgornji in spodnji meji špranje začne nabirati naboj.

- Določi smer in velikost jakosti električnega polja ter gostote magnetnega polja v špranji v oddaljenosti  $r$  od osi vodnika ob času  $t$ .
- S pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj moč, ki ob času  $t$  priteka v špranjo.
- Prejšnji rezultat primerjaj s časovnim odvodom energije električnega polja v špranji.



Pri vseh računih zanemari popačitev polj ob zunanjem robu špranje. Špranjo torej obravnavaj kot ploščati kondenzator.

### 2. naloga

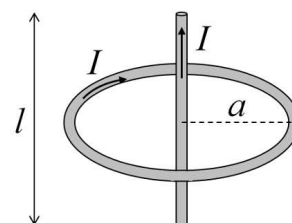
Določi jakost električnega polja, ki ga povzroča dolg valj s homogeno konstantno polarizacijo  $\vec{P}$ , ki je pravokotna na os valja. Rezultat zapiši tako za notranjost kot za zunanost valja.

### 3. naloga

Za oddajanje krožno polariziranega valovanja lahko uporabimo anteno v obliki neskljenjene vodoravne krožne zanke z navpičnima koncema (glej sliko). Predpostavi, da je antena *majhna* v primerjavi z valovno dolžino  $\lambda$  valovanja, ki ga oddaja. Potem jo lahko obravnavamo kot kombinacijo vodoravne krožne zanke polmera  $a$  in navpične prečke dolžine  $l$ , ki simetrično prebada zanko (glej sliko). Anteno napajamo z električnim tokom  $I = I_0 \sin \omega t$ .



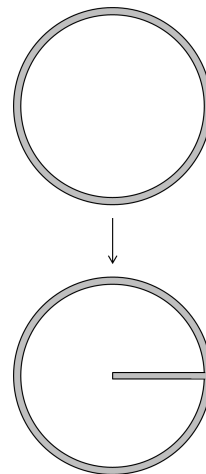
- Določi električni in magnetni dipolni moment takšne antene kot funkcijo časa  $t$ .
- Pokaži, da je v poljubni smeri valovanje, ki ga takšna antena oddaja, eliptično polarizirano.
- Kako moramo izbrati  $l$  pri danem  $a$  in dani valovni dolžini  $\lambda$ , da bo valovanje res krožno polarizirano?



V sevalnem približku je gostota magnetnega polja nihajočega električnega dipola  $p_e$  v oddaljenosti  $r$  od dipola podana kot  $\vec{B}_e = \frac{\mu_0 \sin \vartheta}{4\pi cr} \ddot{p}_e(t - \frac{r}{c}) \hat{e}_\varphi$ , ustreznemu rezultatu za magnetni dipol  $p_m$  pa je  $\vec{B}_m = \frac{\mu_0 \sin \vartheta}{4\pi c^2 r} \ddot{p}_m(t - \frac{r}{c}) \hat{e}_\varphi$ , kjer je  $c$  hitrost svetlobe,  $\vartheta$  in  $\varphi$  sta smerna kota,  $\hat{e}_\vartheta$  in  $\hat{e}_\varphi$  pa enotska smerna vektorja v krogelnih koordinatah, kjer ustreznemu dipolu kaže vzdolž osi  $z$ .

#### 4. naloga (dodatna)

Minimalno frekvenco širjenja elektromagnetnih valov po danem valovnem vodniku znižamo tako, da znotraj vodnika po celi dolžini dodamo tanko kovinsko pregrado, ki je na enem robu sklenjena z notranjim robom vodnika. (Na ta način povečamo "pasovno širino" valovnega vodnika.) Izračunaj, za kolikšen faktor se spremeni minimalna frekvenca osnovnih TM in TE načina v cilindričnem valovnem vodniku, če vanj dodamo pregrado širine polmera cilindra, ki je pravokotna na notranji rob cilindra (slika prikazuje, kako se pri tem spremeni presek vodnika). Kateremu izmed osnovnih načinov se frekvenca zniža?



Ničle Besslovih funkcij in njihovih odvodov najdeš med matematičnimi pripomočki spodaj.

Čas reševanja: 90 minut.

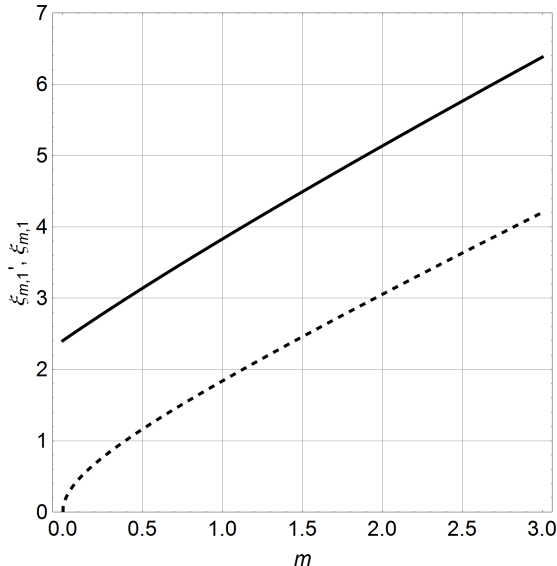
Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

#### Matematični pripomočki:

Vzdolžno homogene rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$  v cilindričnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) [C_m \cos(m\varphi) + D_m \sin(m\varphi)]$$

Desni graf prikazuje najmanjšo (prvo) ničlo Besslove funkcije  $J_m(x)$ ,  $\xi_{m,1}$  (polna črta), in najmanjšo (prvo) ničlo odvoda  $J'_m(x)$ ,  $\xi'_{m,1}$  (črtkana črta), obe v odvisnosti od  $m$ . Ničle, ki jih potrebuješ za izračun, preprosto odčitaj z grafa.



Obvestilo: rešitve nalog, ocene kolokvijev ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.