

Elektromagnetno polje: 1. popravni kolokvij

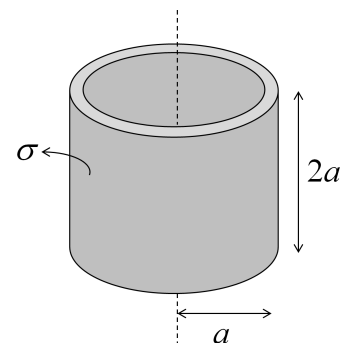
(17. 2. 2014 ob 17:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Cev polmera a in dolžine $2a$, prikazana na sliki, je enakomerno premazana z nabojem površinske gostote σ .

- Izračunaj jakost električnega polja E vzdolž osi cevi kot funkcijo oddaljenosti z od središča cevi ter podanih parametrov a in σ .
- Skiciraj izračunano odvisnost $E(z)$.

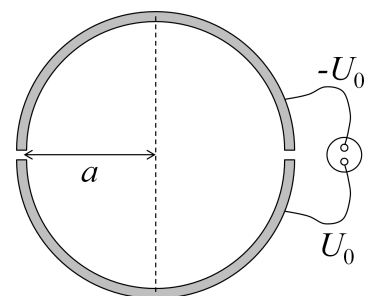


Stena cevi je tanka. *Nasvet:* računaj na pameten način.

2. naloga

Dolgo prevodno cev polmera a vzdolž osi prepolovimo, polovici rahlo razmaknemo in mednju priključimo konstantno napetost, tako da je zgornja polovica cevi na napetosti $-U_0$, spodnja pa na napetosti U_0 , kakor v prečnem preseku cevi prikazuje slika. Stena cevi je tanka, razmak med polovicama cevi pa majhen napram a .

- Določi potencial električnega polja povsod *znotraj* cevi kot funkcijo cilindričnih koordinat r in φ ter podanih parametrov a in U_0 . Rezultat lahko zapišeš kot neskončno vrsto.
- Pokaži, da ima jakost električnega polja v navpični simetrijski ravnini znotraj cevi, prikazani na sliki s črtkano črto, navpično smer in velikost



$$E(r) = \frac{4U_0 a}{\pi(r^2 + a^2)},$$

kjer je r oddaljenost od osi cevi.

Matematična pripomočka. Uporabna vrsta: $\sum_{n \text{ lih}} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) x^{n-1} = \frac{1}{1+x^2}$.

Vzdolžno homogene rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v cilindričnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

3. naloga

Tanek disk polmera a enakomerno premažemo z nabojem površinske gostote σ in ga zavrtimo z enakomerno kotno hitrostjo ω okrog osi, ki je pravokotna na disk in poteka skozi njegovo središče.

- Z uporabo Biot-Savartove enačbe izračunaj velikost gostote magnetnega polja B na osi diska kot funkcijo oddaljenosti z od središča diska in podanih parametrov a , σ , ω .

- b) Pokaži, da je magnetni dipolni moment diska $p_m = \frac{\pi}{4}\sigma\omega a^4$.
- c) V razvoju pod a) izračunanega izraza za $B(z)$ v Taylorjevo vrsto določi člen, ki najpočasneje pada z z . Utemelji, zakaj je to dipolni člen. Iz njegove oblike preberi magnetni dipolni moment diska in ga primerjaj z izrazom pod b).

Matematični pripomoček. Uporaben razvoj: $(1 + x^2)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + \dots$.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

Obvestilo: rešitve nalog, končne ocene ter kraj in čas ogleda kolokvijev in pisnega izpita bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.
