

Elektromagnetno polje: 1. popravni kolokvij

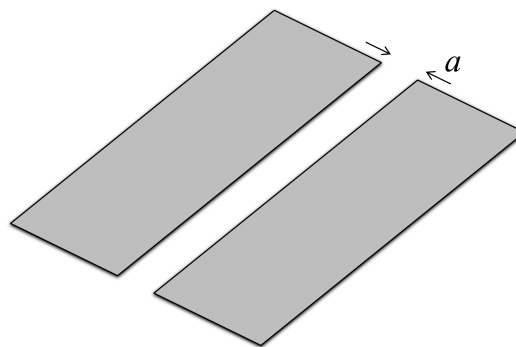
(9. 2. 2015 ob 12:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Iz velike tanke izolatorske plošče, ki je enakomerno nabita z nabojem površinske gostote σ , izrežemo ravno režo širine a , kakor prikazuje slika.

- Določi jakost električnega polja E v ravnini, ki je pravokotna na ploščo in poteka skozi sredino reže, kot funkcijo oddaljenosti z od ravnine plošče ter podanih parametrov σ in a .
- Pod a) dobljeni izraz za $E(z)$ poenostavi v limiti majhnih in velikih z ter skiciraj odvisnost $E(z)$.



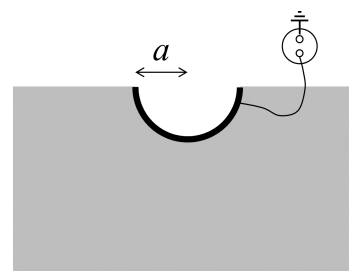
2. naloga

Po osi prevodne krožne zanke polmera a se z enakomerno hitrostjo v giblje majhen magnetni dipol z magnetnim dipolnim momentom p_m , tako da ves čas kaže v smeri osi zanke. Zanka je na nekem mestu prekinjena, med ustrezna konca pa priključimo voltmeter.

- Izračunaj in skiciraj časovni potek napetosti, ki jo izmeri voltmeter. Rezultat izrazi s podanimi parametri a , v in p_m .
- Kakšen pa je časovni potek izmerjene napetosti, če je dipol ves čas pravokoten na os zanke? Namesto računa zadostuje natančna utemeljitev.

3. naloga

Na ravnem terenu v zemljo izkopljemo luknjo v obliki polovice krogle polmera a . Vanjo vstavimo polkrogelno kapico iz dobro prevodnega materiala, tako da se kapica povsem prilega luknji, kakor v prečnem preseku prikazuje slika. Na kapico priključimo izvor konstantne napetosti, zaradi česar začne s kapice v zemljo teči električni tok. Izračunaj upor celotne zemlje, če ima zemlja specifično prevodnost σ , napetost globoko pod površjem in daleč stran pa je enaka nič. Rezultat izrazi s podanima parametroma a in σ .



Matematični pripomočki:

Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi.

Ortogonalnost Legendrovih polinomov:

$$\int_{-1}^1 P_l(x)P_l'(x)dx = \frac{2}{2l+1}\delta_{ll'}$$

Razvoj za $x > 0$:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2} - x + \dots$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani

<http://bit.ly/1tYV4qj>.

Elektromagnetno polje: 2. popravni kolokvij

(9. 2. 2015 ob 12:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Dolg valj iz snovi z dielektrično konstanto ε postavimo v homogeno električno polje jakosti E_0 , tako da os valja s smerjo polja oklepa kot α . Pokaži, da je električno polje znotraj valja tudi homogeno ter izračunaj njegovo velikost in kot, ki ga oklepa z osjo valja. Oba rezultata izrazi s podanimi parametri ε , E_0 in α .

2. naloga

Razsežni vzporedni prevodni plošči uporabimo kot valovni vodnik. Po njem spustimo elektromagnetno valovanje v transverzalnem električnem (TE) načinu. Za ta primer izračunaj frekvenčno odvisnost impedance valovnega vodnika, ki jo definiramo kot $Z = E_{\parallel}/H_{\perp}$ (kjer je E_{\parallel} komponenta električnega polja vzporedna s ploščama, H_{\perp} pa komponenta magnetnega polja pravokotna na plošči). Rezultat izrazi z uporabo vakuuma $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ in najnižjo možno frekvenco valovanja v uporabljenem valovnem načinu ω_0 .

3. naloga

Križna antena je sestavljena iz dveh vodoravnih prečk, ki sta pravokotni druga na drugo, njuni središči pa sovpadata. Prečki sta izolirani druga od druge, napajanje ene prečke pa je za četrto nihaja zamaknjeno za napajanjem druge prečke, tako da tokova v prečkah lahko zapišemo kot $I_1 = I_0 \cos \omega t$ in $I_2 = I_0 \sin \omega t$, kjer je ω frekvenca napajanja. Prečki sta majhni glede na valovno dolžino λ valovanja, ki ga antena oddaja. Slika prikazuje dve križni anteni, nanizani na skupni nosilec.

- Izračunaj in skiciraj odvisnost časovnega povprečja izsevane gostote energijskega toka od polarnega kota ϑ (ki je merjen od navpičnice) za eno križno anteno.
- Na skupni nosilec nanizamo še drugo, enako križno anteno, ki je glede na prvo anteno v navpični smeri premaknjena za $\lambda/4$, kakor prikazuje slika. Drugo anteno napajamo na enak način kot prvo. Izračunaj in skiciraj odvisnost časovnega povprečja izsevane gostote energijskega toka od ϑ tudi v tem primeru. *Nasvet:* Pomagaj si z rezultatom pod a).



Namig: Sevanje posamezne prečke je električno dipolno.

Matematični pripomoček:

Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani

<http://bit.ly/1tYV4qj>.

Elektromagnetno polje: 1. pisni izpit

(9. 2. 2015 ob 12:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

Po osi prevodne krožne zanke polmera a se z enakomerno hitrostjo v giblje majhen magnetni dipol z magnetnim dipolnim momentom p_m , tako da ves čas kaže v smeri osi zanke. Zanka je na nekem mestu prekinjena, med ustrezna konca pa priključimo voltmeter.

- a) Izračunaj in skiciraj časovni potek napetosti, ki jo izmeri voltmeter. Rezultat izrazi s podanimi parametri a , v in p_m .
- b) Kakšen pa je časovni potek izmerjene napetosti, če je dipol ves čas pravokoten na os zanke? Namesto računa zadostuje natančna utemeljitev.

2. naloga

Dolg valj iz snovi z dielektrično konstanto ε postavimo v homogeno električno polje jakosti E_0 , tako da os valja s smerjo polja oklepa kot α . Pokaži, da je električno polje znotraj valja tudi homogeno ter izračunaj njegovo velikost in kot, ki ga oklepa z osjo valja. Oba rezultata izrazi s podanimi parametri ε , E_0 in α .

3. naloga

Križna antena je sestavljena iz dveh vodoravnih prečk, ki sta pravokotni druga na drugo, njuni središči pa sovpadata. Prečki sta izolirani druga od druge, napajanje ene prečke pa je za četrto nihaja zamaknjeno za napajanjem druge prečke, tako da tokova v prečkah lahko zapišemo kot $I_1 = I_0 \cos \omega t$ in $I_2 = I_0 \sin \omega t$, kjer je ω frekvenca napajanja. Prečki sta majhni glede na valovno dolžino λ valovanja, ki ga antena oddaja. Slika prikazuje dve križni anteni, nanizani na skupni nosilec.

- a) Izračunaj in skiciraj odvisnost časovnega povprečja izsevane gostote energijskega toka od polarnega kota ϑ (ki je merjen od navpičnice) za eno križno anteno.
- b) Na skupni nosilec nanizamo še drugo, enako križno anteno, ki je glede na prvo anteno v navpični smeri premaknjena za $\lambda/4$, kakor prikazuje slika. Drugo anteno napajamo na enak način kot prvo. Izračunaj in skiciraj odvisnost časovnega povprečja izsevane gostote energijskega toka od ϑ tudi v tem primeru. *Nasvet:* Pomagaj si z rezultatom pod a).



Namig: Sevanje posamezne prečke je električno dipolno.

Matematični pripomoček:

Rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročniki, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani

<http://bit.ly/1tYV4qj>.
