

Elektromagnetno polje: 2. popravni kolokvij

(17. 2. 2014 ob 17:00)

asistent: Martin Klanjšek, telefon: 01 477 3866, email: *martin.klanjsek@ijs.si*

1. naloga

V razsežno homogeno snov z dielektrično konstanto ε izdolbemo krogelno votlino polmera a in v njeno središče postavimo točkast električni dipol z električnim dipolnim momentom p .

- Izračunaj potencial električnega polja povsod po prostoru kot funkcijo krogelnih koordinat r , ϑ in podanih parametrov ε , a , p . Na podlagi dobljenega izraza pokaži, da ima električno polje zunaj krogelne votline obliko polja električnega dipola z električnim dipolnim momentom $p' = \frac{3p}{2\varepsilon+1}$. Polarni kot ϑ je merjen od smeri dipola.
- Izračunaj *površinsko* gostoto vezanega naboja na površini krogelne votline kot funkcijo polarnega kota ϑ in podanih parametrov ε , a , p . Izhajaš lahko iz pod a) podanega izraza za p' .
- Utemelji, zakaj je *prostorninska* gostota vezanega naboja povsod v snovi enaka nič.

Matematični pripomoček. Osno simetrične rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta).$$

Legendrovi polinomi: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$, $P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$.

2. naloga

Iz dveh dolgih prevodnih cevi različnih polmerov sestavimo koaksialni kabel. V prostor med obema cevema uvedemo plazmo, ki ima frekvenčno odvisnost dielektrične konstante

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

kjer je ω_p plazemska frekvenca. V tako pripravljen valovni vodnik spustimo elektromagnetno valovanje v TEM načinu (to pomeni, da sta vektorja obeh polj pravokotna na os cevi).

- Določi disperzijsko relacijo elektromagnetnega valovanja v vodniku.
- Izračunaj impedanco vodnika in skiciraj njeno frekvenčno odvisnost. Izračunaj numerično vrednost impedance pri velikih frekvencah.

3. naloga

Majhen električni dipol z električnim dipolnim momentom p se z enakomerno kotno hitrostjo ω vrti okrog osi, ki poteka skozi njegovo težišče in je pravokotna nanj, zaradi česar seva elektromagnetno valovanje. Velikost dipola je majhna napram valovni dolžini sevanega valovanja.

- Določi časovno odvisnost komponent vektorja \vec{B} v *veliki* oddaljenosti r od dipola, in sicer kot funkcijo smernih kotov ϑ in φ , pri čemer os vrtenja kaže vzdolž osi z .

- b) Na podlagi pod a) dobljenega izraza pokaži, da je sevano valovanje v ravnini vrtenja dipola *linearno* polarizirano, v osi vrtenja dipola pa *krožno* polarizirano.
- c) Izračunaj odvisnost časovnega povprečja Poyntingovega vektorja od polarnega kota ϑ in dobljeno odvisnost skiciraj. Kakšno je razmerje dobljenih vrednosti pri $\vartheta = 0$ in $\vartheta = \pi/2$?

Nasvet: Upoštevaj, da je v sevalnem približku gostota magnetnega polja časovno odvisnega električnega dipola $\vec{p}(t)$ v oddaljenosti r od dipola podana kot $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi cr} \ddot{\vec{p}}(t - \frac{r}{c}) \times \hat{e}_r$, kjer je c hitrost svetlobe, \hat{e}_r pa enotski smerni vektor v radialni smeri. Primerno zapiši časovno odvisnost električnega dipolnega momenta vrtečega se dipola po komponentah.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: en list papirja z enačbami, en matematični priročnik po lastni izbiri, kalkulator

Obvestilo: rešitve nalog, končne ocene ter kraj in čas ogleda kolokvijev in pisnega izpita bodo objavljeni na spletni strani <http://bit.ly/1coQYmy>.
