

Elektromagnetno polje: 1. pisni izpit

(1. 2. 2018 ob 13:00)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, *martin.klanjsek@ijs.si*)

1. naloga

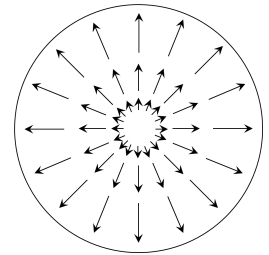
Iz izolatorske snovi izdelamo tanko krogelno lupino polmera a . Lupino premažemo z nabojem na tak način, da ima potencial električnega polja obliko $U(\vartheta) = U_0 \cos^3 \vartheta$, kjer je U_0 potencial na polu krogelne lupine, ϑ pa polarni kot merjen od tega pola.

- Določi potencial električnega polja povsod po prostoru, tako znotraj kot zunaj lupine.
- Izračunaj celoten naboj na lupini in njegov dipolni moment.
- Pokaži, da je kvadrupolni moment naboja na lupini enak nič. *Opomnik:* komponente tenzorja kvadrupolnega momenta izračunamo kot $Q_{ij} = \int \rho(\vec{r}') [3r'_i r'_j - \delta_{ij} r'^2] d^3 \vec{r}'$, kjer je $\rho(\vec{r}')$ prostorninska gostota naboja v točki \vec{r}' .

2. naloga

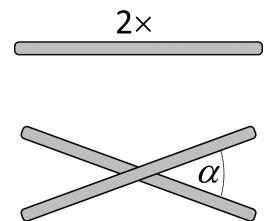
Električno nevtralna krogla polmera a iz izolatorskega materiala je polarizirana tako, da ima vektor polarizacije znotraj krogle krajevno odvisnost $\vec{P} = P_0(r/a)^2 \hat{e}_r$, kjer je P_0 velikost polarizacije na površini krogle, r oddaljenost od središča krogle, \hat{e}_r pa enotski vektor v radialni smeri.

- Določi krajevno odvisnost jakosti električnega polja znotraj krogle.
- Izračunaj velikost in smer električne sile, ki deluje na polovico krogle.



3. naloga

Prekrižano anteno sestavimo iz dveh enakih prečk (zgornja slika), ki oklepata kot α , njuni središči pa sovpadata (spodnja slika). Antena leži v *vodoravni* ravnini. Prečki sta izolirani druga od druge, napajanje ene prečke pa je za četrto nihaja zamaknjeno za napajanjem druge prečke, tako da tokova v prečkah lahko zapišemo kot $I_1 = I_0 \cos \omega t$ in $I_2 = I_0 \sin \omega t$, kjer je ω krožna frekvenca napajanja. Dolžina posamezne prečke je majhna glede na valovno dolžino valovanja, ki ga antena oddaja, tako da prečki lahko obravnavamo kot Hertzova dipola.



- Izračunaj in *nariši* kotno odvisnost časovno izpovprečene gostote izsevanega energijskega toka v ravnini antene (vodoravni ravnini).
- Kolikokrat večja (oziroma manjša) je časovno izpovprečena gostota izsevanega energijskega toka v smeri, pravokotni na anteno (v navpični smeri), od njenega povprečja v ravnini antene (vodoravni ravnini)?

Matematični pripomočki:

Rešitve osno simetrične Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi.

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator, kopija zadnjih strani "mafjskega" učbenika (kjer so navedene matematične formule).

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda pisnega izpita bodo objavljeni na spletni strani <http://www-f5.ijs.si/emp-2017-2018.html>.
