

Elektromagnetno polje: 1. kolokvij

(1. 12. 2017 ob 12:00)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, martin.klanjsek@ijs.si)

1. naloga

Votlo kroglo polmera a s tanko lupino iz izolatorske snovi premažemo z nabojem na tak način, da ima potencial električnega polja na površini krogle obliko $U(\vartheta) = U_0 \cos^2 \vartheta$, kjer je U_0 potencial na polih krogle, ϑ pa polarni kot (merjen od polov).

- Določi potencial električnega polja povsod po prostoru, tako znotraj kot zunaj krogle.
- Izračunaj površinsko gostoto naboja na krogli v odvisnosti od kota ϑ .
- Izračunaj skupni naboj na krogli?

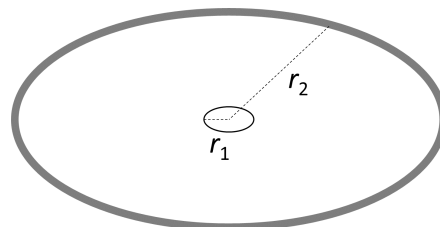
2. naloga

Kroglo polmera a iz izolatorske snovi nabijemo tako, da prostorninska gostota naboja pada kot α/r z oddaljenostjo r od središča krogle, kjer je α znana konstanta. Izračunaj električno silo, ki deluje na polovico tako nabite krogle.

3. naloga

Majhno prevodno krožno zanko polmera r_1 namestimo v središče *veliko večje* prevodne krožne zanke polmera r_2 (se pravi $r_2 \gg r_1$), tako da ravnini zank sovpadata, kakor prikazuje slika. Upornost zank je zanemarljivo majhna. Polmer vodnikov, iz katerih sta zanki, je v primeru vsake zanke α -krat manjši od polmera zanke, pri čemer je $\alpha \gg 1$.

- Izračunaj medsebojno induktivnost zank.
- V manjši zanki je sprva električni tok I_0 , v večji zanki pa ni toka. Nato tok v manjši zanki eksponentno ugasnemo, tako je njegov časovni potek $I_0 \exp(-t/\tau)$, kjer je τ karakteristični čas. Določi časovni potek toka v večji zanki in izračunaj njegovo končno vrednost.



Upoštevaj, da je lastna induktivnost krožne zanke polmera r , izdelane iz vodnika polmera r/α (z $\alpha \gg 1$), enaka $L = \mu_0 r \ln(8\alpha)$.

4. naloga (za dodatne točke)

Električno nevtralno prevodno kroglo polmera a postavimo v homogeno magnetno polje gostote B . Kroglo zavrtimo z enakomerno kotno hitrostjo ω okoli njene osi vzporedne z magnetnim poljem, zaradi česar se v krogli inducira naboj. Magnetno polje inducirane naboja lahko zanemariš. Izračunaj prostorninsko gostoto inducirane naboja v krogli (v odvisnosti od oddaljenost r od središča krogle in polarne kota ϑ merjenega od smeri magnetnega polja) in površinsko gostoto inducirane naboja na površini krogle (v odvisnosti od ϑ). Preveri, da je skupni naboj res enak nič.

Matematični pripomočki:

Rešitve osno simetrične Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v krogelnih koordinatah:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi.

Divergenca in gradient v krogelnih koordinatah:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial(A_\vartheta \sin \vartheta)}{\partial \vartheta} + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi},$$
$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \hat{e}_\vartheta + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi.$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator, kopija zadnjih strani "mafjskega" učbenika (kjer so navedene matematične formule).

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://www-f5.ijs.si/emp-2017-2018.html>.
