

# Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

(25. 1. 2018 ob 13:00)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, [martin.klanjsek@ijs.si](mailto:martin.klanjsek@ijs.si))

## 1. naloga

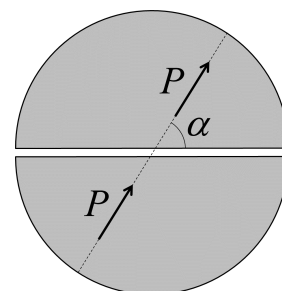
Dve vodoravni okrogli prevodni plošči v majhni medsebojni razdalji  $l$  sestavljata ploščati kondenzator kapacitete  $C$ . Kondenzator nabijemo na napetost  $U_0$ , nato pa plošči izven kondenzatorja staknemo preko upornika z upornostjo  $R$ , tako da se kondenzator začne prazniti.

- Določi časovni potek jakosti električnega polja in gostote magnetnega polja v kondenzatorju v oddaljenosti  $r$  od navpične osi kondenzatorja.
- S pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj časovni potek celotnega energijskega toka, ki zapušča kondenzator.
- Izračunaj časovni odvod energije elektromagnetnega polja v kondenzatorju in ga primerjaj z rezultatom pod b).

Vse rezultate izrazi le s podanimi količinami.

## 2. naloga

Dolg vodoraven valj iz snovi s homogeno polarizacijo  $P$ , ki je pravokotna na os valja, vzdolž osi prerežemo na pol, tako da polarizacija oklepa kot  $\alpha$  z ravnino prereza. Nato polovici valja malenkost razmaknemo, tako da je razmik *zelo majhen* v primerjavi s polmerom valja, kakor v prečnem preseku valja prikazuje slika. Izračunaj



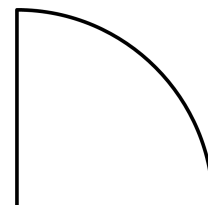
- jakost električnega polja v špranji med polovicama valja in
- kot, ki ga jakost električnega polja v špranji oklepa s polarizacijo.

*Namig:* Najprej izračunaj jakost električnega polja v neprerezanem valju in nato izračunaj, kako se rezultat spremeni v opisanem primeru.

## 3. naloga

Izračunaj razmerje pasovnih širin za transverzalni magnetni (TM) in transverzalni električni (TE) način širjenja elektromagnetnega valovanja po valovnem vodniku s presekom četrtnine kroga, prikazanem na sliki. Pasovna širina je definirana kot razlika najmanjših frekvenc za najnižja dva pasova v ustreznem načinu.

Upoštevaj, da radialni del valov, ki se lahko širijo po takšnem valovnem vodniku, opišemo z Besslovimi funkcijami. Ničle Besslovih funkcij in njihovih odvodov najdeš med matematičnimi pripomočki.



#### 4. naloga (za dodatne točke)

Izvor izmenične napetosti je naprava z dvema izhodoma, med katerima je sinusno nihajoča napetost. Ta napetost je neodvisna od lastnosti naprave, ki jo priključimo na izvor. Zato napetost med izhodoma niha tudi, ko na izvor ni priključena nobena naprava. Znotraj izvora se tako pojavi nihajoč električni tok, zaradi česar izvor seva elektromagnetno valovanje. Izračunaj kompleksno impedanco izvora in s pomočjo njene velikosti pokaži, da je ustrezen električni tok v resnici zelo majhen, tako da lahko sevanje izvora zanemarimo.

Izhoda izvora obravnavaj kot dve majhni kovinski krogli polmera  $a$  v medsebojni razdalji  $d \gg a$ . Frekvenca izvora je takšna, da velja  $\lambda \gg d$ . Realni del kompleksne impedance je kar sevalni upor, imaginarni del pa je posledica kapacitivnosti izhodov izvora. Sevanje vodnikov v izvoru, ki so vsi znotraj ozemljenega ohišja, lahko zanemariš.

#### Matematični pripomočki:

Rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$  v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A_0 + B_0 \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Spodnji tabeli povzemata ničle Besslovih funkcij in odvodov Besslovih funkcij.

| $k$ | $J_0(x)$ | $J_1(x)$ | $J_2(x)$ | $J_3(x)$ | $J_4(x)$ | $J_5(x)$ |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1   | 2.4048   | 3.8317   | 5.1356   | 6.3802   | 7.5883   | 8.7715   |
| 2   | 5.5201   | 7.0156   | 8.4172   | 9.7610   | 11.0647  | 12.3386  |
| 3   | 8.6537   | 10.1735  | 11.6198  | 13.0152  | 14.3725  | 15.7002  |
| 4   | 11.7915  | 13.3237  | 14.7960  | 16.2235  | 17.6160  | 18.9801  |
| 5   | 14.9309  | 16.4706  | 17.9598  | 19.4094  | 20.8269  | 22.2178  |

| $k$ | $J_0'(x)$ | $J_1'(x)$ | $J_2'(x)$ | $J_3'(x)$ | $J_4'(x)$ | $J_5'(x)$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1   | 3.8317    | 1.8412    | 3.0542    | 4.2012    | 5.3175    | 6.4156    |
| 2   | 7.0156    | 5.3314    | 6.7061    | 8.0152    | 9.2824    | 10.5199   |
| 3   | 10.1735   | 8.5363    | 9.9695    | 11.3459   | 12.6819   | 13.9872   |
| 4   | 13.3237   | 11.7060   | 13.1704   | 14.5858   | 15.9641   | 17.3128   |
| 5   | 16.4706   | 14.8636   | 16.3475   | 17.7887   | 19.1960   | 20.5755   |

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator, kopija zadnjih strani "mafjskega" učbenika (kjer so navedene matematične formule).

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani <http://www-f5.ijs.si/emp-2017-2018.html>.