

# Elektromagnetno polje: 1. pisni izpit

(5. 2. 2019 ob 10:15)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, *martin.klanjsek@ijs.si*)

## 1. naloga

Iz velike tanke izolatorske plošče, ki je enakomerno nabita z nabojem površinske gostote  $\sigma$ , izrežemo okroglo odprtino polmera  $a$ .

- Določi jakost električnega polja na premici, ki je pravokotna na ploščo in poteka skozi sredino odprtine, kot funkcijo oddaljenosti  $z$  od ravnine plošče.
- V *majhni* razdalji  $d \ll a$  od plošče opisane pod a) vzporedno postavimo enako ploščo, ki pa je nabita z nabojem površinske gostote  $-\sigma$ , in sicer tako, da sta središči odprtin eno nad drugim. Na ta način dobimo nekakšen preluknjani ploščati kondenzator. Pokaži, da ima električno polje  $E_2$  *zunaj* kondenzatorja na premici, ki je pravokotna na plošči in poteka skozi središči odprtin, obliko

$$E_2(z) = \frac{\sigma d}{2\varepsilon_0} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}},$$

kjer je zdaj  $z$  merjen od točke na sredini kondenzatorja.

## 2. naloga

Dolg vodoraven valj polmera  $a$  je izdelan iz snovi s *homogeno* polarizacijo velikosti  $P$  in navpične smeri. Izračunaj silo na dolžinsko enoto valja, ki deluje na zgornjo polovico valja.

*Nasvet:* Pametno izberi integracijsko ploskev, da bo izračun sile čim preprostejši.

## 3. naloga

V notranjost valovnega vodnika s presekom četrtine kroga polmera  $a$ , uvedemo snov, ki se obnaša kot plazma s frekvenčno odvisnostjo dielektrične konstante  $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ . Pri tem je  $\omega_p$  plazemska frekvenca, ki za uvedeno snov znaša  $\pi c_0/a$ , kjer je  $c_0$  hitrost svetlobe v vakuumu. *Numerično* izvednoti faktorja, za katera se pri tem spremeni pasovna širina za transverzalni električni (TE) način in za transverzalni magnetni (TM) način valovanja? Pasovna širina je definirana kot razlika *najmanjših* frekvenc za *najnižja* dva pasova v ustreznem načinu.

Upoštevaj, da radialni del valov, ki se lahko širijo po takšnem valovnem vodniku, opišemo z Besslovimi funkcijami. Ničle Besslovih funkcij in njihovih odvodov najdeš med matematičnimi pripomočki.

---

**Matematična pripomočka:**

Periodične rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$  v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Spodnji tabeli povzemata ničle Besslovih funkcij in odvodov Besslovih funkcij.

$k$	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$	$J_3(x)$	$J_4(x)$	$J_5(x)$
1	2.4048	3.8317	5.1356	6.3802	7.5883	8.7715
2	5.5201	7.0156	8.4172	9.7610	11.0647	12.3386
3	8.6537	10.1735	11.6198	13.0152	14.3725	15.7002
4	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801
5	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178

$k$	$J_0'(x)$	$J_1'(x)$	$J_2'(x)$	$J_3'(x)$	$J_4'(x)$	$J_5'(x)$
1	3.8317	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4156
2	7.0156	5.3314	6.7061	8.0152	9.2824	10.5199
3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5858	15.9641	17.3128
5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7887	19.1960	20.5755

---

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda izpita bodo objavljeni na spletni strani

<http://www-f5.ijs.si/emp-2018-2019.html>.

---