

# Elektromagnetno polje: 2. pisni izpit

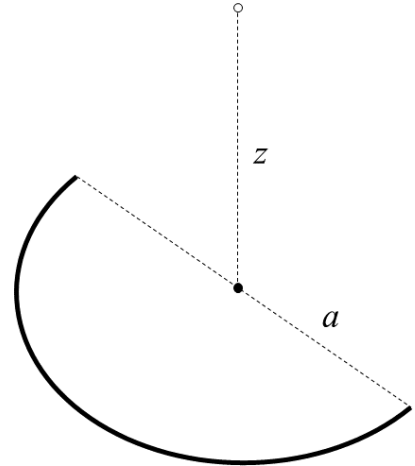
(26. 8. 2020 ob 10:15)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, *martin.klanjssek@ijs.si*)

## 1. naloga

Žico iz izolatorskega materiala oblikujemo v krožni lok, ki ustreza polovici *vodoravne* krožnice polmera  $a$  (na sliki je žica označena s polno črto), in nanjo enakomerno naneseemo naboj  $e$ .

- Izračunaj velikost jakosti električnega polja v točki (na sliki označena s prazno točko), ki je v *navpični* smeri za  $z$  dvignjena glede na središče krožnega loka (na sliki označeno s polno točko).
- Izračunaj tudi kot, ki ga jakost električnega polja v tej točki oklepa z navpično smerjo.



## 2. naloga

Dolg vodoraven valj polmera  $a$  je izdelan iz snovi s *homogeno* polarizacijo velikosti  $P$  in *navpične* smeri. Izračunaj silo na dolžinsko enoto valja, s katero leva vzdolžna polovica valja deluje na desno vzdolžno polovico valja.

*Nasvet:* Integracijsko ploskev je smiselno skleniti v neskončnosti.

## 3. naloga

V notranjost valovnega vodnika s presekom *polovice* kroga polmera  $a$ , uvedemo snov, ki se obnaša kot plazma s frekvenčno odvisnostjo dielektrične konstante  $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ . Pri tem je  $\omega_p$  plazemska frekvenca, ki za uvedeno snov znaša  $\pi c_0/a$ , kjer je  $c_0$  hitrost svetlobe v vakuumu. *Numerično* izvrednoti faktorja, za katera se pri tem spremeni pasovna širina za transverzalni električni (TE) način in za transverzalni magnetni (TM) način valovanja. Pasovna širina je definirana kot razlika *najmanjših* frekvenc za *najnižja* dva pasova v ustreznem načinu.

Upoštevaj, da radialni del valov, ki se lahko širijo po takšnem valovnem vodniku, opišemo z Besslovimi funkcijami. Ničle Besslovih funkcij in njihovih odvodov najdeš med matematičnimi pripomočki.

---

### Matematična pripomočka:

Periodične rešitve Laplaceove enačbe  $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$  v polarnih koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A + B \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

Spodnji tabeli povzemata ničle Besslovih funkcij in odvodov Besslovih funkcij.

$k$	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$	$J_3(x)$	$J_4(x)$	$J_5(x)$
1	2.4048	3.8317	5.1356	6.3802	7.5883	8.7715
2	5.5201	7.0156	8.4172	9.7610	11.0647	12.3386
3	8.6537	10.1735	11.6198	13.0152	14.3725	15.7002
4	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801
5	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178

$k$	$J_0'(x)$	$J_1'(x)$	$J_2'(x)$	$J_3'(x)$	$J_4'(x)$	$J_5'(x)$
1	3.8317	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4156
2	7.0156	5.3314	6.7061	8.0152	9.2824	10.5199
3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5858	15.9641	17.3128
5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7887	19.1960	20.5755

---

**Čas reševanja:** 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator.

Obvezni pripomoček: zaščitna obrazna maska.

Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda izpita bodo objavljeni na spletni strani

<http://www-f5.ijs.si/emp-2019-2020.html>.

---