

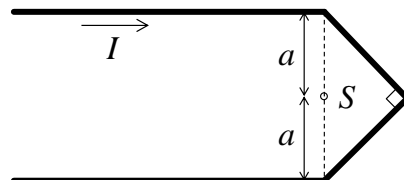
Elektromagnetno polje: 3. pisni izpit

(1. 9. 2023 ob 10:00)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, *martin.klanjsek@ijs.si*)

1. naloga

Tanek vodnik je sestavljen iz štirih delov: dva *dolga* vzporedna ravna dela v medsebojni razdalji $2a$ sta povezana z dvema krajšima, a enako dolgima ravnima deloma, med katerima je pravi kot, tako da celoten vodnik leži v ravnini. Po vodniku spustimo električni tok I , kakor prikazuje slika. Izračunaj gostoto magnetnega polja v točki, ki je na sliki označena z S .

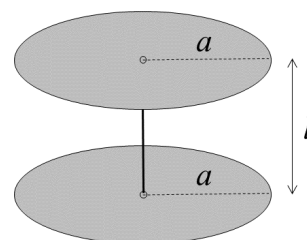


2. naloga

Dolg vodoraven valj iz izolatorskega materiala enakomerno nabijemo z nabojem prostorninske gostote ρ . Polmer valja je a . Izračunaj silo na dolžinsko enoto valja, ki deluje na zgornjo polovico valja.

3. naloga

Dve enaki prevodni okrogli plošči polmera a postavimo v *majhno* medsebojno razdaljo l ($l \ll a$), tako da njuni osi sovpadata, kakor prikazuje slika (na kateri pa je razmik med ploščama zaradi preglednosti pretirano velik). Na ta način pripravljen ploščati kondenzator nabijemo, tako da napetost med ploščama znaša U_0 . Nato plošči ob času $t = 0$ po osi sklenemo s *tankim* ravnim vodnikom upornosti R , katerega debelina je mnogo manjša od a , tako da se kondenzator začne prazniti.



- Izračunaj smer in velikost jakosti električnega polja in gostote magnetnega polja znotraj kondenzatorja v oddaljenosti r od osi plošč ob času t .
- S pomočjo Poyntingovega vektorja pokaži, da je skupni energijski tok iz notranjosti kondenzatorja v njegovo zunanost enak nič.
- Prav tako s pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj skupni energijski tok skozi površino vodnika in preveri energijski zakon za vodnik.

Matematični pripomočki (ni rečeno, da pridejo v poštev):

1) Periodične rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v *valjnih* koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A + B \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

2) Rešitve osno simetrične Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v *krogelnih* koordinatah, kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta).$$

3) Uporaben integral:

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator.

Rešitve nalog in ocene bodo objavljeni na spletni strani

<http://www-f5.ijs.si/emp-2022-2023.html>.

Rešitve nalog bodo vsebovale tudi točkovačnik. Za kasnejše lažje razumevanje ocene vsakomur priporočam, da si pred oddajo svoje rešitve fotografira.
