

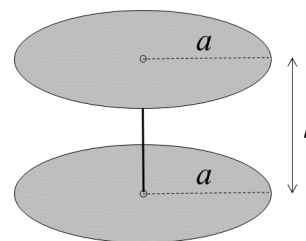
Elektromagnetno polje: 1.B pisni izpit

(21. 1. 2022 ob 13:00)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, martin.klanjsek@ijs.si)

1. naloga

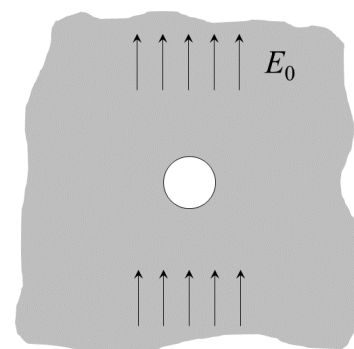
Dve enaki prevodni okrogli plošči polmera a postavimo v *majhno* medsebojno razdaljo l ($l \ll a$), tako da njuni osi sovpadata, kakor prikazuje slika (na kateri pa je razmik med ploščama zaradi preglednosti pretirano velik). Na ta način pripravljen ploščati kondenzator nabijemo, tako da napetost med ploščama znaša U_0 . Nato plošči ob času $t = 0$ po osi sklenemo s *tankim* ravnim vodnikom upornosti R , katerega debelina je mnogo manjša od a , tako da se kondenzator začne prazniti.



- Izračunaj smer in velikost jakosti električnega polja in gostote magnetnega polja znotraj kondenzatorja v oddaljenosti r od osi plošč ob času t .
- S pomočjo Poyntingovega vektorja pokaži, da je skupni energijski tok iz notranjosti kondenzatorja v njegovo zunanost enak nič.
- Prav tako s pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj skupni energijski tok skozi površino vodnika in preveri energijski zakon za vodnik.

2. naloga

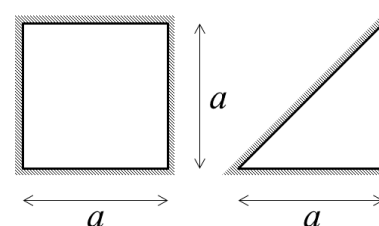
Razsežna snov z dielektrično konstanto ε ima izdolbeno krogelno votlino polmera a . Snov se nahaja v homogenem električnem polju, ki ima daleč stran od votline jakost E_0 , kakor shematsko prikazuje slika.



- Izračunaj potencial električnega polja povsod po prostoru, tako znotraj kot zunaj votline.
- Na podlagi rezultata pod a) izračunaj električno polje, ki ga vezani naboji ustvarjajo znotraj votline, in skupni dipolni moment vezanih nabojev. S primerno uporabo rezultata pod a) je mogoče do rešitve priti precej hitro.

3. naloga

V valovna vodnika s presekom kvadrata in trikotne polovice kvadrata s stranico a (kakor prikazuje slika) spustimo elektromagnetno valovanje v TM načinu (to je brez vzdolžne komponente magnetnega polja).



- a) Za kvadratni vodnik izračunaj krajevno odvisnost vzdolžne komponente električnega polja $E_z(x, y)$ za posamezne valovne načine (veje). Izračunaj tudi frekvenčno širino uporabnega pasu $\Delta\omega$, se pravi razliko najnižjih frekvenc dveh najnižje ležečih valovnih načinov (vej).
- b) Oboje, tako $E_z(x, y)$ za posamezne valovne načine kot $\Delta\omega$, izračunaj tudi za trikotni vodnik. *Namig:* Valovne načine za trikotni vodnik sestavi kot primerne *linearne kombinacije* degeneriranih valovnih načinov (se pravi takšnih z enako frekvenco) za kvadratni vodnik. Izbiro linearnih kombinacij utemelji.

Pri obeh odgovorih natančno podaj *nabor mogočih indeksov*, ki opisujejo posamezne valovne načine.

Matematični pripomočki (ni rečeno, da vsi pridejo v poštev):

- 1) Periodične rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \varphi) = 0$ v *valjnih* koordinatah:

$$U(r, \varphi) = A + B \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m r^m + B_m r^{-m}) \cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^m + D_m r^{-m}) \sin(m\varphi).$$

- 2) Rešitve osno simetrične Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r, \vartheta) = 0$ v *krogelnih* koordinatah, kjer so $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$, $P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2$, ... Legendrovi polinomi:

$$U(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \vartheta),$$

- 3) Gradient, ploskovni in prostorninski element ter smerni vektor v *valjnih* koordinatah:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{e}_z, \quad dS = lr \, d\varphi, \quad dV = lr \, dr \, d\varphi, \quad \hat{n} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}.$$

- 4) Gradient, ploskovni in prostorninski element ter smerni vektor v *krogelnih* koordinatah:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \hat{e}_\vartheta + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi, \quad dS = r^2 \, d(\cos \vartheta) \, d\varphi, \quad dV = r^2 \, dr \, d(\cos \vartheta) \, d\varphi,$$

$$\hat{n} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \sin \vartheta \\ \sin \varphi \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{bmatrix}.$$

Čas reševanja: 90 minut.

Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator.

Rešitve nalog in ocene bodo objavljeni na spletni strani

<http://www-f5.ijs.si/emp-2021-2022.html>.

Rešitve nalog bodo vsebovale tudi točkovanik. Za kasnejše lažje razumevanje ocene vsakomur priporočam, da si pred oddajo svoje rešitve fotografira.