Elektromagnetno polje: 2. kolokvij

(24. 1. 2020 ob 12:15)

asistent: Martin Klanjšek (01 477 3866, *martin.klanjsek@ijs.si*)

1. naloga

Dolgo ravno tuljavo dolžine l z N ovoji površine S napajamo z izmeničnim tokom $I = I_0 \sin \omega t$ amplitude I_0 in krožne frekvence ω.

a) Določi smer in velikost gostote magnetnega polja ter jakosti električnega polja v tuljavi v oddaljenosti r od njene osi ob času t.

b) S pomočjo Poyntingovega vektorja izračunaj energijski tok, ki ob času t teče skozi površino tuljave. Pokaži, da je dobljeni rezultat enak časovnemu odvodu magnetne energije v tuljavi.

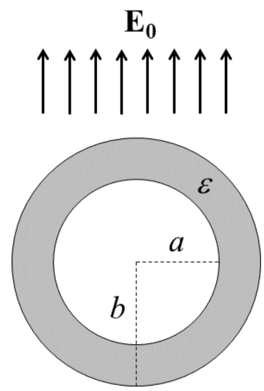
c) Da bi bil rezultat pod b) skladen z energijskim zakonom, mora biti električna energija W_e v tuljavi zanemarljivo majhna v primerjavi z magnetno energijo W_m v tuljavi. Izrazi W_e/W_m s S in $\lambda = 2\pi c_0/\omega$ in pokaži, da je v kvazistatičnem približku (se pravi v približku majhnih frekvenc oziroma velikih valovnih dolžin) ta pogoj res izpolnjen.

Pri vseh računih zanemari popačitev polj ob robovih tuljave. Upornost vodnika, iz katerega je tuljava, je zanemarljivo majhna.

2. naloga

Dolgo vodoravno cev iz dielektrične snovi z dielektrično konstanto ε postavimo v navpično homogeno električno polje jakosti E_0, kakor v preseku prikazuje slika. Notranji polmer cevi je a, zunanji polmer cevi pa b. Pokaži, da je električno polje znotraj cevi homogeno in da je njegova jakost

$$E_1 = \frac{4\varepsilon}{(\varepsilon + 1)^2 - (a/b)^2(\varepsilon - 1)^2} E_0.$$



Namig: Rešitve Laplaceove enačbe zapiši za tri območja, in sicer zunaj cevi, v steni cevi in znotraj cevi, ter jih med sabo poveži z robnimi pogoji na obeh mejah.

3. naloga

Dolg kovinski trak širine s trikrat prepognemo in oblikujemo v dolg valovni vodnik s pravokotnim presekom obsega s. Izračunaj minimalno frekvenco in frekvenčno širino uporabnega pasu tako pripravljenega valovnega vodnika za transverzalni električni (TE) način valovanja, in sicer za primera,

a) ko je presek kar kvadrat in

b) ko je ena stranica pravokotnika dvakrat daljša od druge stranice pravokotnika.

4. naloga (za dodatne točke)

Zemljina ionosfera je zgornja plast atmosfere, ki se začne na višini okoli 85 km nad površino Zemlje. Do ionizacije atmosferskih plinov v ionosferi pride zaradi delovanja ultravioličnih žarkov s Sonca. Ionosfero lahko obravnavamo kot razredčeno homogeno plazmo. Frekvenčna odvisnost dielektrične konstante plazme $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ nam pove, da se elektromagnetni valovi s frekvenco manjšo od plazemske frekvence ω_p po plazmi ne morejo razširjati, saj zanje velja $\varepsilon < 0$. V ionosferi pa navzočnost Zemljinega magnetnega polja omogoči širjenje nizkofrekvenčnih elektromagnetnih valov. V nadaljevanju obravnavaj širjenje nizkofrekvenčnih valov po plazmi *vzdolž* smeri magnetnega polja.

a) Pokaži, da se po plazmi ob navzočnosti vzdolžnega magnetnega polja gostote B lahko širi *krožno* polarizirano elektromagnetno valovanje.

b) Izpelji frekvenčno odvisnost dielektrične konstante za ta primer. Končni rezultat izrazi s ciklotronsko (Larmorjevo) frekvenco $\omega_B = eB/m$ in s plazemsko frekvenco $\omega_p = \sqrt{ne^2/(m\varepsilon_0)}$, kjer sta m in e masa in naboj elektrona, n pa številska gostota elektronov v plazmi. Pokaži, da v limiti nizkih frekvenc, torej za $\omega \ll \omega_B, \omega_p$, lahko zapišemo $\varepsilon_\pm = \pm\omega_p^2/(\omega_B\omega)$ za levosučno $(-)$ in desnosučno $(+)$ krožno polarizacijo. Iz tega sledi, da se po plazmi lahko širijo le valovi z desnosučno krožno polarizacijo.

c) S pomočjo rezultata pod b) izpelji disperzijsko relacijo in fazno hitrost valovanja z desnosučno krožno polarizacijo in s tem pokaži, da se valovi z različnimi frekvencami širijo z različnimi hitrostmi. Pojav je dobro poznan amaterskim radijskim operaterjem.

Matematični pripomoček:

Periodične rešitve Laplaceove enačbe $\nabla^2 U(r,\varphi) = 0$ v valjnih koordinatah:

$$U(r,\varphi) = A + B\ln r + \sum_{m=1}^{\infty}\left(A_m r^m + B_m r^{-m}\right)\cos(m\varphi) + \sum_{m=1}^{\infty}\left(C_m r^m + D_m r^{-m}\right)\sin(m\varphi).$$

Čas reševanja: 90 minut.
Dovoljeni pripomočki: podani spisek enačb, matematični priročnik, kalkulator.
Rešitve nalog, ocene ter kraj in čas ogleda kolokvija bodo objavljeni na spletni strani `http://www-f5.ijs.si/emp-2019-2020.html`.
